

Expression des forces radiatives

(limite $a \ll \lambda$)

polarisabilité $\alpha = \alpha' + i\alpha''$

$$\alpha' = 4\pi \varepsilon_0 \Re e \left[\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right] a^3$$

$$\alpha'' = \left[4\pi \varepsilon_0 \Im m \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right) a^3 + \frac{2}{3} 4\pi \varepsilon_0 \left| \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right|^2 k^3 a^6 \right]$$

Champ $E_j(\vec{r}, t) = E_j^0(\vec{r}) \exp(-i\omega t) \exp(i\varphi(\vec{r}))$

$$\langle F_i \rangle = \frac{1}{4} \alpha' \sum_j \frac{\partial |E_j^0|^2}{\partial r_i} + \frac{1}{2} \alpha'' \sum_j |E_j^0|^2 \frac{\partial \varphi}{\partial r_i}$$

Densité d'énergie électromagnétique $U = \frac{\epsilon_0}{2} \sum_j |E_j^0|^2$

Flux d'énergie
= vecteur de Poynting $\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \Re e(\vec{E} \wedge \vec{H}^*) = U \cdot c \cdot \frac{\vec{\nabla} \phi}{k}$

(NB $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0}$)

$$\langle \vec{F} \rangle = \vec{F}_{grad} + \vec{F}_{scat}$$

- Pression de radiation (« scattering force »)

$$\vec{F}_{scat} = \left[\underbrace{4\pi \Im m \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right) ka^3}_{\sigma_{abs}} + \underbrace{\frac{8\pi}{3} \left| \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right|^2 k^4 a^6}_{\sigma_p} \right] \frac{\langle \vec{S} \rangle}{c}$$

- Force de gradient

$$\vec{F}_{grad} = 2\pi \cdot \Re e \left[\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right] a^3 \vec{\nabla} U$$

$$\frac{\alpha'}{2\epsilon_0}$$

Et lorsque particule est immergée
dans un milieu d'indice n_{med} ?

Et lorsque particule est immergée dans un milieu d'indice n_{med} ?

Remplacer n par n/n_{med}

Remplacer c par c/n_{med}

Remplacer $k = 2\pi/\lambda_0$ par $k_{\text{med}} = 2\pi n_{\text{med}}/\lambda_0$

- Pression de radiation (« scattering force »)

$$\vec{F}_{scat} = \left[\underbrace{4\pi \Im m \left(\frac{n^2 - n_{med}^2}{n^2 + 2n_{med}^2} \right) k_{med} a^3}_{\sigma_{abs}} + \underbrace{\frac{8\pi}{3} \left| \frac{n^2 - n_{med}^2}{n^2 + 2n_{med}^2} \right|^2 k_{med}^4 a^6}_{\sigma_p} \right] \frac{\langle \vec{S} \rangle}{c} n_{med}$$

- Force de gradient

$$\vec{F}_{grad} = 2\pi \cdot \Re e \left[\frac{n^2 - n_{med}^2}{n^2 + 2n_{med}^2} \right] a^3 \vec{\nabla} U$$

$\frac{\alpha'}{2\varepsilon}$

- Pression de radiation (« scattering force »)

$$\vec{F}_{scat} = \left[4\pi \Im m \left(\frac{n^2 - n_{med}^2}{n^2 + 2n_{med}^2} \right) k_{med} a^3 + \frac{8\pi}{3} \left| \frac{n^2 - n_{med}^2}{n^2 + 2n_{med}^2} \right|^2 k_{med}^4 a^6 \right] \frac{\langle \vec{S} \rangle}{c} n_{med}$$

Proportionnel à intensité du rayonnement

- Force de gradient

$$\vec{F}_{grad} = 2\pi \cdot \Re e \left[\frac{n^2 - n_{med}^2}{n^2 + 2n_{med}^2} \right] a^3 \vec{\nabla} U$$

- Pression de radiation (« scattering force »)

$$\vec{F}_{scat} = \left[4\pi \Im m \left(\frac{n^2 - n_{med}^2}{n^2 + 2n_{med}^2} \right) k_{med} a^3 + \frac{8\pi}{3} \left| \frac{n^2 - n_{med}^2}{n^2 + 2n_{med}^2} \right|^2 k_{med}^4 a^6 \right] \frac{\langle \vec{S} \rangle}{c} n_{med}$$

Proportionnel au (volume)²

Proportionnel au volume

- Force de gradient

(Dans la limite $a \ll \lambda$!)

$$\vec{F}_{grad} = 2\pi \cdot \Re e \left[\frac{n^2 - n_{med}^2}{n^2 + 2n_{med}^2} \right] a^3 \vec{\nabla} U$$

- Pression de radiation (« scattering force »)

$$\vec{F}_{scat} = \left[4\pi \Im m \left(\frac{n^2 - n_{med}^2}{n^2 + 2n_{med}^2} \right) k_{med} a^3 + \frac{8\pi}{3} \left| \frac{n^2 - n_{med}^2}{n^2 + 2n_{med}^2} \right|^2 k_{med}^4 a^6 \right] \frac{\langle \vec{S} \rangle}{c} n_{med}$$

Sensibilité au contraste d'indice $n - n_{med}$

- Force de gradient

$$\vec{F}_{grad} = 2\pi \cdot \Re e \left[\frac{n^2 - n_{med}^2}{n^2 + 2n_{med}^2} \right] a^3 \vec{\nabla} U$$

- Pression de radiation (« scattering force »)

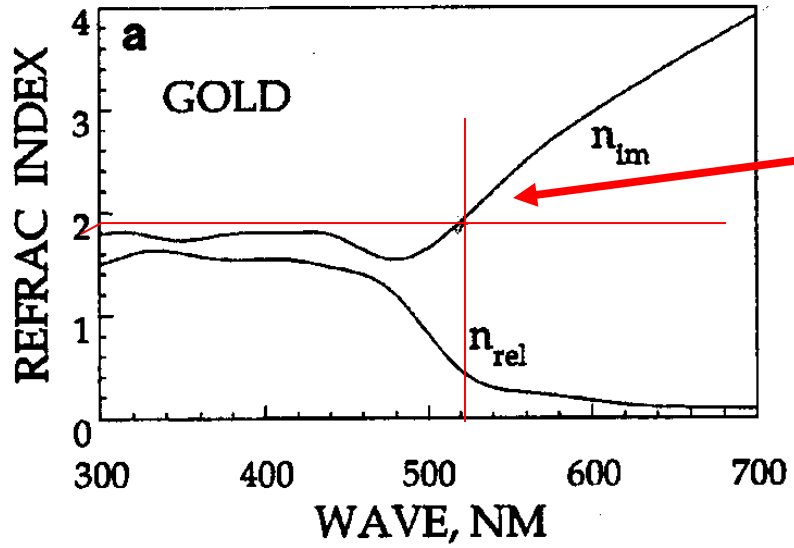
$$\vec{F}_{scat} = \left[4\pi \Im m \left(\frac{n^2 - n_{med}^2}{n^2 + 2n_{med}^2} \right) k_{med} a^3 + \frac{8\pi}{3} \left| \frac{n^2 - n_{med}^2}{n^2 + 2n_{med}^2} \right|^2 k_{med}^4 a^6 \right] \frac{\langle \vec{S} \rangle}{c} n_{med}$$

Cas des métaux où n imaginaire:

Possibilité de « résonance plasmon » si $n^2 \sim -2n_{med}^2$

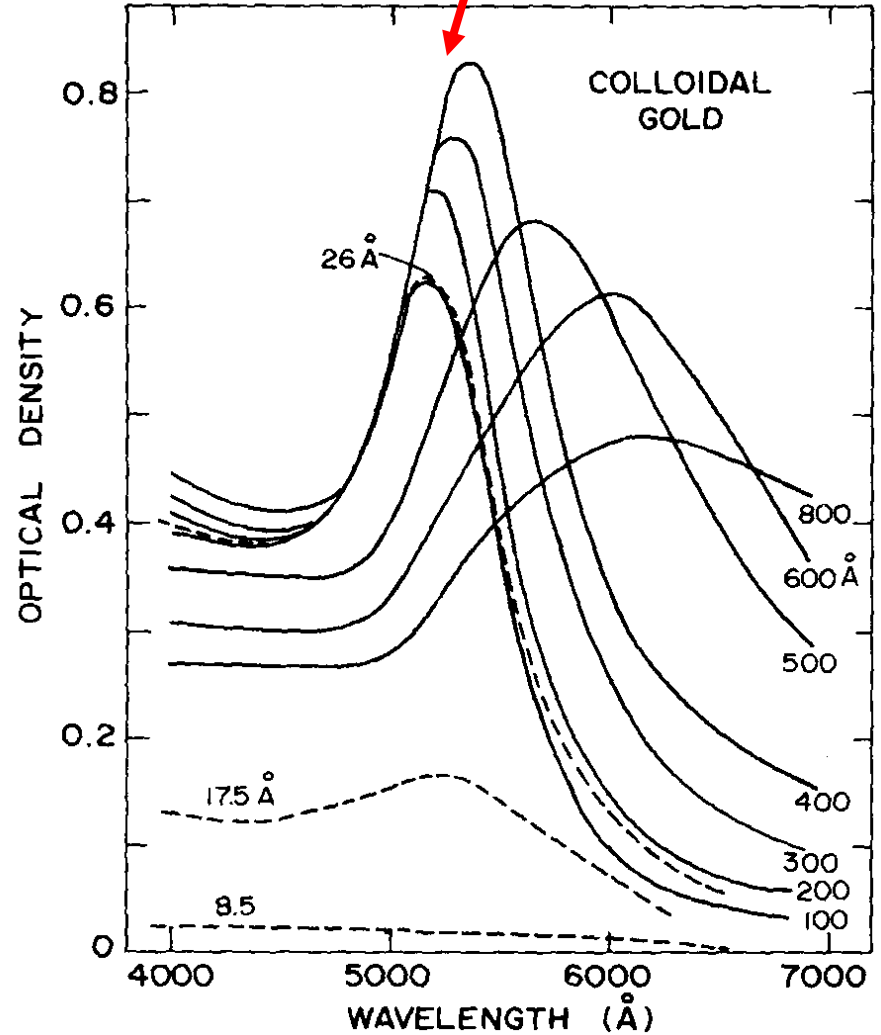
- Force de gradient

$$\vec{F}_{grad} = 2\pi \cdot \Re e \left[\frac{n^2 - n_{med}^2}{n^2 + 2n_{med}^2} \right] a^3 \vec{\nabla} U$$



Or/eau, résonance pour $n_{rel} \sim 0$
 $n_{im} \sim 1,414 \times 1,33 = 1,88$

$$\frac{\sigma_{abs} + \sigma_{scatt}}{\frac{4}{3}\pi a^3}$$



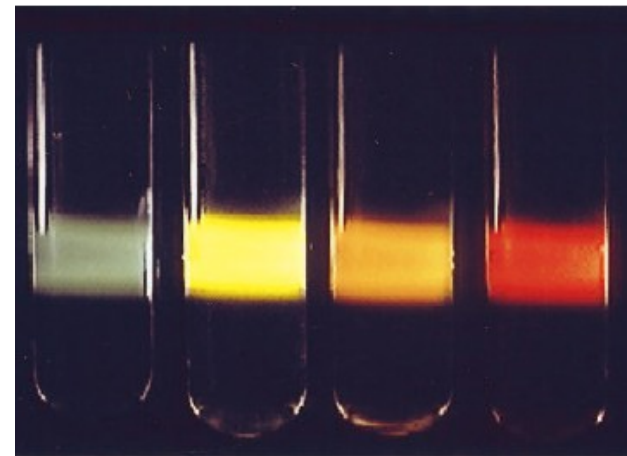
NB couleur de la lumière blanche diffusée par des particules d'or de différentes tailles

$2a = 40, 78, 118, 140\text{nm}$
 $13, 1.7, 0.5, 0.3\text{ pM}$
(Yguerabide, 1998)

Pour or $n_{\text{im}} \sim 2$ à 4 , donc

$$l_{\text{peau}} = \lambda / (2\pi n_{\text{im}}) \sim \lambda / 20 \text{ à } \lambda / 40$$

soit $\sim 25\text{nm}$ à 15nm



$2a=40\text{nm}$, \sim régime Rayleigh pour $\lambda=500\text{nm}$

$2a=140\text{nm}$

$$\lambda = 1,06 \mu\text{m}$$

Polystyrène/eau

$$n = 1,57 \quad n_{\text{med}} = 1,33$$

$$\frac{n^2 - n_{\text{med}}^2}{n^2 + 2n_{\text{med}}^2} = 0,115$$

Or/eau

$$n = 0,27 + 7,07i \quad n_{\text{med}} = 1,33$$

$$\frac{n^2 - n_{\text{med}}^2}{n^2 + 2n_{\text{med}}^2} = 1,11 + 0,01i$$

	$\Re \left(\frac{n^2 - n_{\text{med}}^2}{n^2 + 2n_{\text{med}}^2} \right) \cdot a^3$	σ_{abs}	σ_{scat}	$\Re \left(\frac{n^2 - n_{\text{med}}^2}{n^2 + 2n_{\text{med}}^2} \right) \cdot a^3$	σ_{abs}	σ_{scat}
$a = 10 \text{nm}$	115 nm ³	0	0,0006 nm ²	1110 nm ³	1,1 nm ²	0,05 nm ²
$a = 50 \text{nm}$	14000 nm ³	0	8,6 nm ²	140000 nm ³	130 nm ²	800 nm ²

Force de gradient

Pression de radiation

Force de gradient

Pression de radiation

- σ_{scat} augmente très vite avec a (comme a^6)

-**métal ~ parfait** indice imaginaire pur et grand

→ -**grande** polarisabilité, et **très grand** σ

- σ_{scat} augmente très vite lorsque λ diminue (comme λ^{-4})

-si $n_{\text{imaginaire}} \sim 2$ alors $n^2 + 2n_{\text{med}}^2$ petit et polarisabilité géante (« résonance plasmon » des métaux)

$\lambda = 0,54 \mu\text{m}$						
Polystyrène/eau $n = 1,57$ $n_{\text{med}} = 1,33$		$\frac{n^2 - n_{\text{med}}^2}{n^2 + 2n_{\text{med}}^2} = 0,115$		Or/eau $n = 2,29 + 1,01i$ $n_{\text{med}} = 1,33$		$\frac{n^2 - n_{\text{med}}^2}{n^2 + 2n_{\text{med}}^2} = 2,29 + 1,01i$
	$\Re e \left(\frac{n^2 - n_{\text{med}}^2}{n^2 + 2n_{\text{med}}^2} \right) \cdot a^3$	σ_{abs}	σ_{scat}	$\Re e \left(\frac{n^2 - n_{\text{med}}^2}{n^2 + 2n_{\text{med}}^2} \right) \cdot a^3$	σ_{abs}	σ_{scat}
$a = 10 \text{nm}$	115nm^3	0	$0,006 \text{nm}^2$	2230nm^3	190nm^2	$2,7 \text{nm}^2$
$a = 50 \text{nm}$	14000nm^3	0	88nm^2	290000nm^3	24000nm^2	42000nm^2

Calcul de forces quand a quelconque

- Calcul numérique de E et B
 - en général calcul 3D
 - grille très petite pour particules métalliques à cause de l'épaisseur de peau très petite
- On calcule le « tenseur de Maxwell »

Tenseur de Maxwell

$$T_{ij} = \varepsilon_0 \left[E_i E_j - \frac{1}{2} \vec{E}^2 \delta_{ij} \right] + \frac{1}{\mu_0} \left[B_i B_j - \frac{1}{2} \vec{B}^2 \delta_{ij} \right]$$

Tenseur de Maxwell

\vec{P} qté de mouvement d'un système de charges ρ et de courants \vec{J} contenus dans volume V , force appliquée \vec{F}

$$\vec{F} = \int_V (\rho \vec{E} + \vec{J} \wedge \vec{B}) d^3x = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\vec{P}_{\text{rayonnement}} = \int_V \frac{\vec{S}}{c^2} d^3x$$

car $\vec{S} = \epsilon_0 c^2 \vec{E} \wedge \vec{B}$, vecteur de Poynting = flux d'énergie
= flux de qté de mvt $\times c = (\text{densité de qté de mvt} \times c) \times c$

Tenseur de Maxwell

On montre alors (exprimer charges et courant en fonction des champs):

$$\left[\vec{F} + \int_V \frac{1}{c^2} \frac{1}{\mu_0} \frac{d(\vec{E} \wedge \vec{B})}{dt} d^3x \right]_i = \int_V \sum_j \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} d^3x$$

Où:

$$T_{ij} = \epsilon_0 \left[E_i E_j - \frac{1}{2} \vec{E}^2 \delta_{ij} \right] + \frac{1}{\mu_0} \left[B_i B_j - \frac{1}{2} \vec{B}^2 \delta_{ij} \right]$$

Tenseur de Maxwell

Comme

$$\int_V \left(\sum_j \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} \right) d^3x = \oint_S \left(\sum_j T_{ij} \cdot N_j \right) d^2x$$

Flux du « vecteur » \vec{T}_i

Divergence du « vecteur » \vec{T}_i

\vec{N} vecteur normal à surface S
entourant V

et si charges vitesses non relativistes

$$\left\langle \frac{d(\vec{E} \wedge \vec{B})}{dt} \right\rangle_{\text{temps}} = 0$$

Tenseur de Maxwell

Il reste

$$\langle F_i \rangle_{temps} = \oint_S \left(\sum_j \langle T_{ij} \rangle \cdot N_j \right) d^2x$$

surface S entourant Volume de la particule

avec

$$T_{ij} = \epsilon_0 \left[E_i E_j - \frac{1}{2} \vec{E}^2 \delta_{ij} \right] + \frac{1}{\mu_0} \left[B_i B_j - \frac{1}{2} \vec{B}^2 \delta_{ij} \right]$$

Tenseur de Maxwell

$$T_{ij} = \varepsilon_0 \left[E_i E_j - \frac{1}{2} \vec{E}^2 \delta_{ij} \right] + \frac{1}{\mu_0} \left[B_i B_j - \frac{1}{2} \vec{B}^2 \delta_{ij} \right]$$

Peut aussi s'écrire

$$T_{ij} = \left[E_i D_j - \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} \delta_{ij} \right] + \left[H_i B_j - \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B} \delta_{ij} \right]$$



généralisation au cas de particules immergées
dans milieux divers

Tenseur de Maxwell

$$\text{NB: } F_i = \int_V \sum_j \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} d^3x$$

Indique que $f_i = \sum_j \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}$ est une densité de force.

On peut montrer grâce aux équations de Maxwell que:

$$T_{ij} = \left[E_i D_j - \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} \delta_{ij} \right] + \left[H_i B_j - \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B} \delta_{ij} \right]$$

donne:

$$\sum_j \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = \vec{f} = \rho_l \vec{E} + \vec{J}_l \wedge \vec{B} - \frac{1}{2} |\vec{E}|^2 \vec{\nabla} \epsilon - \frac{1}{2} |\vec{H}|^2 \vec{\nabla} \mu$$

Charges et courant libres

Tenseur de Maxwell


$$\text{NB: } F_i = \int_V \sum_j \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} d^3x$$

Indique que $f_i = \sum_j \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}$ est une densité de force.

On peut montrer que alors que si

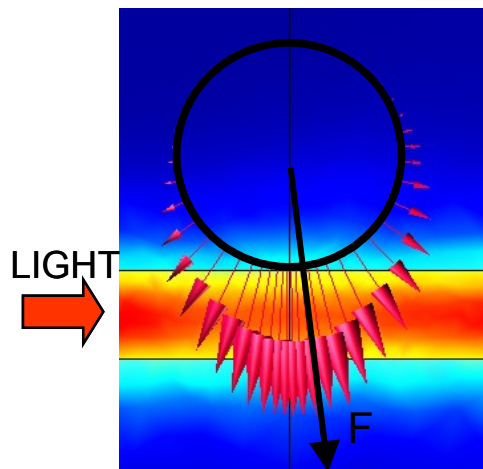
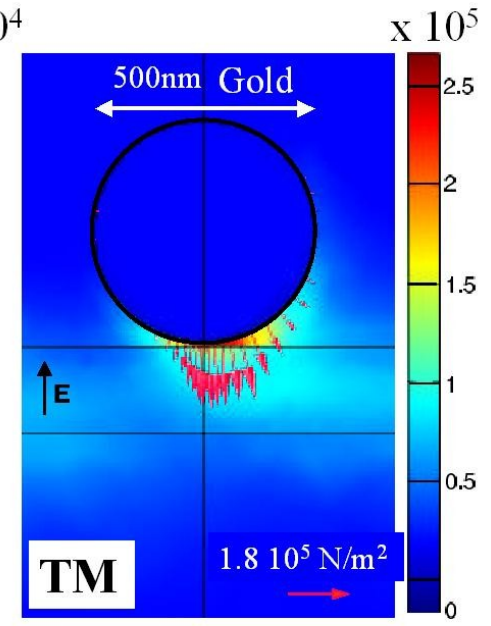
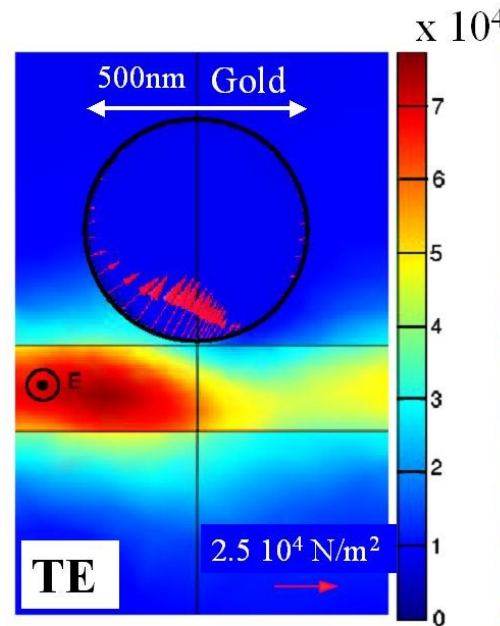
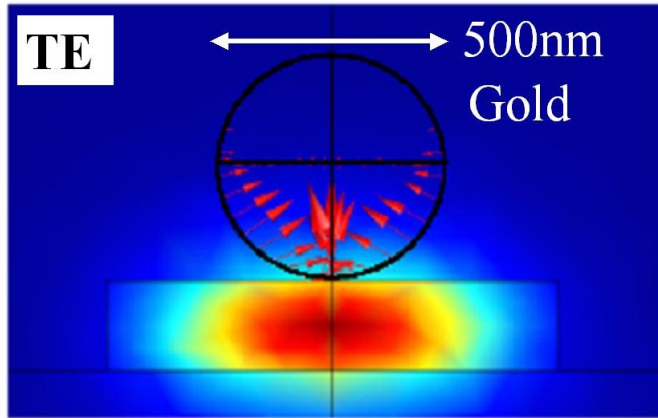
$$T_{ij} = \left[E_i D_j - \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D} \delta_{ij} \right] + \left[H_i B_j - \frac{1}{2} \vec{H} \cdot \vec{B} \delta_{ij} \right]$$

alors:

$$\vec{f} = \rho_l \vec{E} + \vec{J}_l \wedge \vec{B} - \frac{1}{2} |\vec{E}|^2 \vec{\nabla} \epsilon - \frac{1}{2} |\vec{H}|^2 \vec{\nabla} \mu$$


cf Milieux diélectriques: forces normales aux dioptres

Exemple: forces exercées sur particule en présence d'une onde guidée évanescente (Gaugiran, 2005)



Applications piégeage optique: Spectroscopie Raman sur des cellules biologiques isolées et immobilisées (C. Xie et al, 2004)

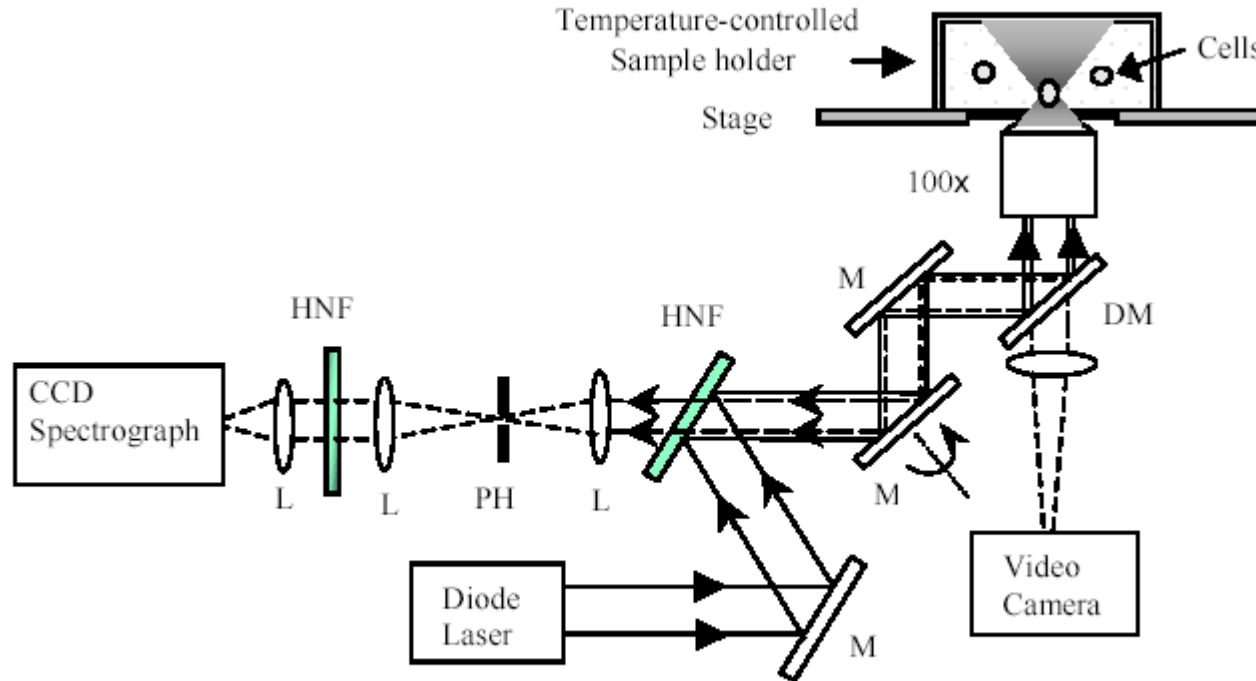
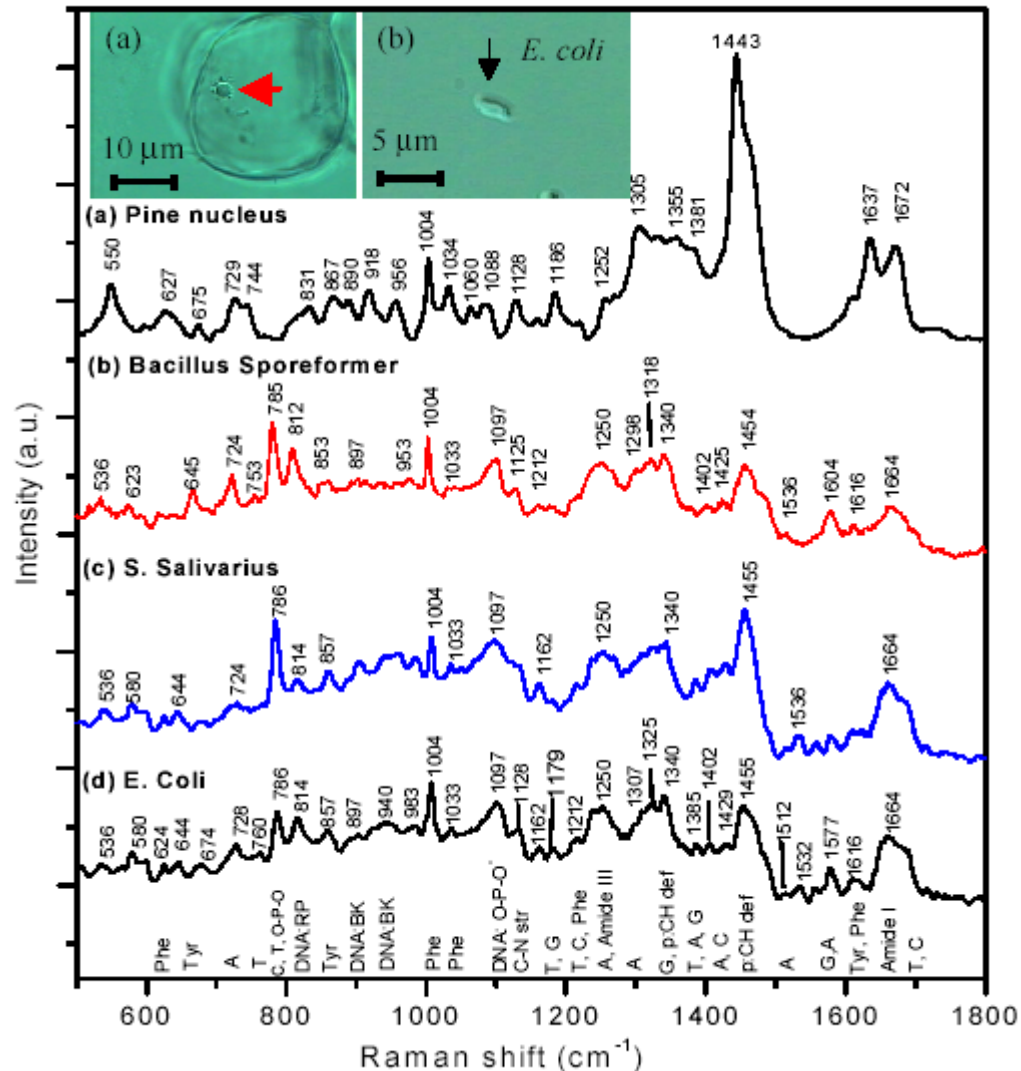


Fig. 1. Experimental setup of the combined laser tweezers and Raman spectroscopy system. Abbreviations: M, mirror; L, lens; DM, dichroic mirror; PH, pinhole; HNF, holograph notch filter.

Applications piégeage optique: Spectroscopie Raman sur des cellules biologiques isolées et immobilisées (C. Xie et al, 2004)



Mise en évidence « resonances de Mie » par pression de radiation

(Ashkin et Dziedzic 1977)

- Faisceau laser section $S(z)$
- Intensité radiation $I(z) = \langle S(z) \rangle$
- Force $F_{\text{rad}} = \sigma \cdot I(z) / c$
- Bille en lévitation $mg = F_{\text{rad}}$
- Asservissement P_{laser} pour position fixe de bille. Enregistrement de P_{laser}
- Dépendance $\sigma(\lambda)$ donnée par $P_{\text{laser}}(\lambda)$

Mise en évidence de résonances de Mie à partir de la force de lévitation (Ashkin et Dziezic, 1977)

2 séries de résonances (modes différents) larges

+ 2 séries de résonances fines

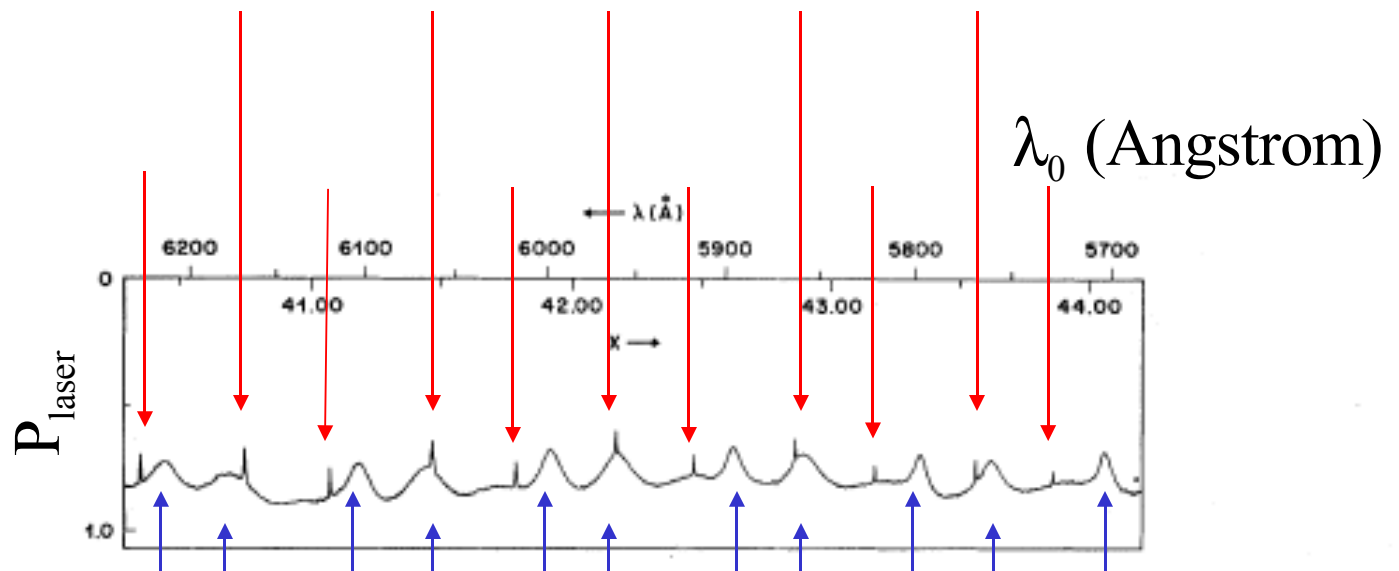
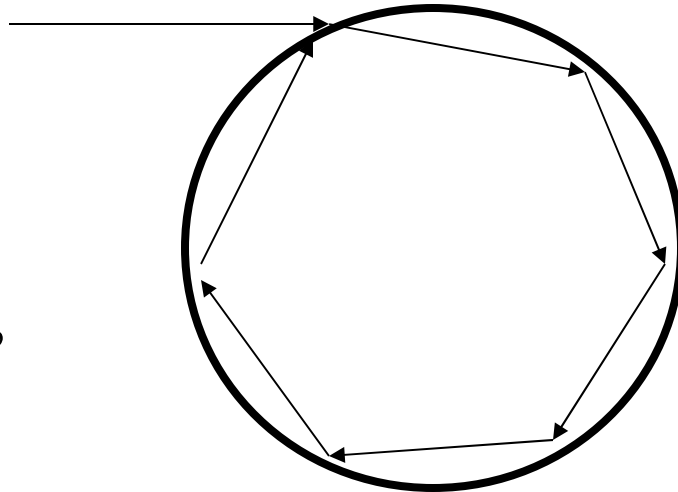


FIG. 2. Measured power for levitation vs λ and X for an approximately 8.0- μm -diam drop of $n = 1.47$.

Résonances « modes de galerie »

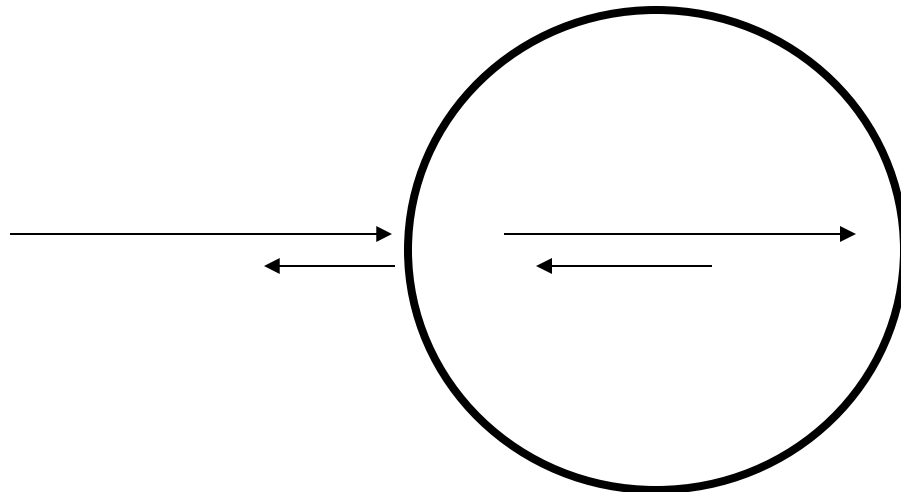


Condition de résonance: $2\pi a \sim k\lambda_0/n,$

Fines car fort coefficient de réflexion

Bille indice $n,$
rayon a

Résonances « lame mince »

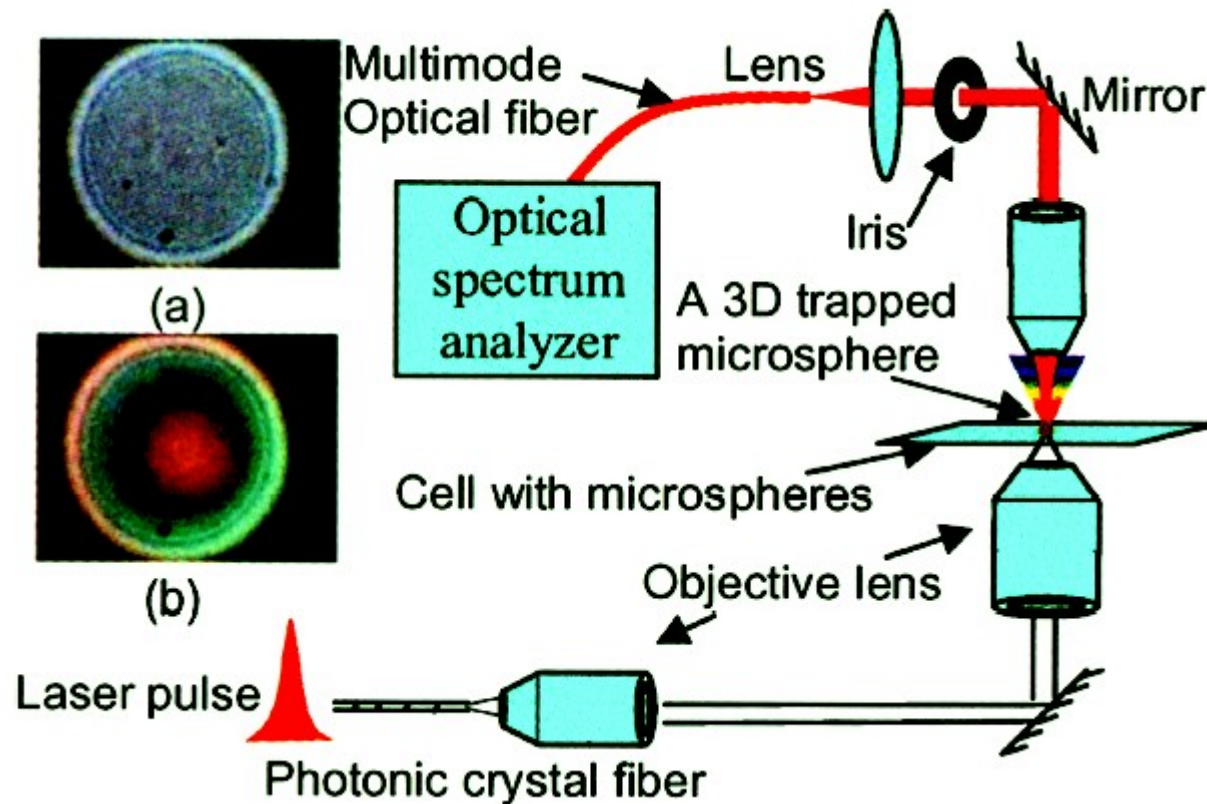


Condition de résonance:

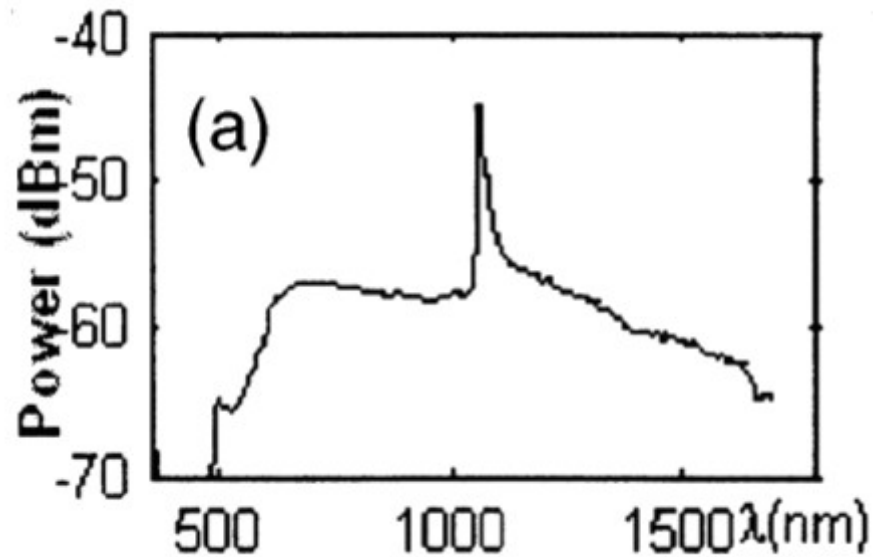
$$a \sim k\lambda_0/2n,$$

Larges car fortes pertes par transmission à la réflexion

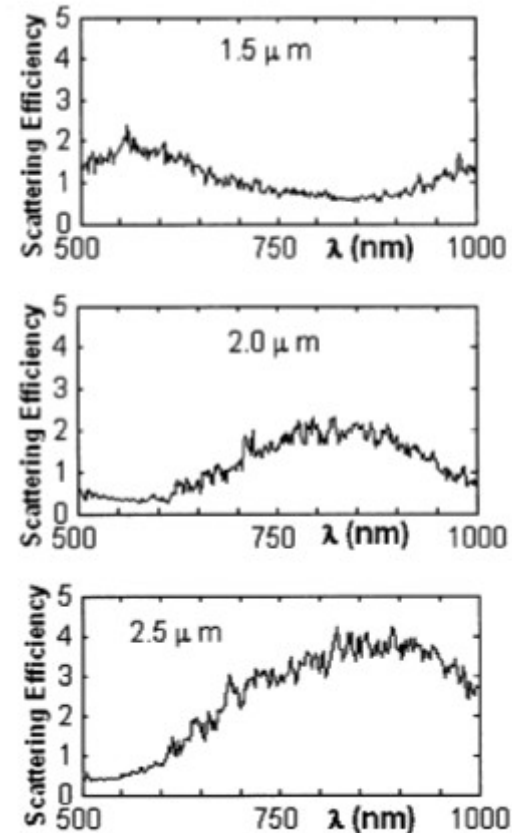
Piège radiatif équilibré par gravité utilisé pour spectroscopie de diffusion sur micro-particule unique (P. Li et al 2004)



Spectroscopie de diffusion de la lumière sur micro-particule unique (P. Li et al 2004)



Spectre de la source
(laser pulsé + fibre
cristal photonique)



Fraction de lumière diffusée pour
3 tailles de particules $n=1,57$

Guidage cellules biologiques (levures et bactéries)



(Gaugiran, Colas et coll., 2005)

Tri cellules biologiques (cellules «Jurkat» et bactéries)



(Colas, Gaugiran et coll., 2005)

Autre application des pinces optiques

Observation de la croissance de
microcristaux

Croissance d 'un microcristal de lysozyme (Rubisztein-Dunlop et al, 2004)

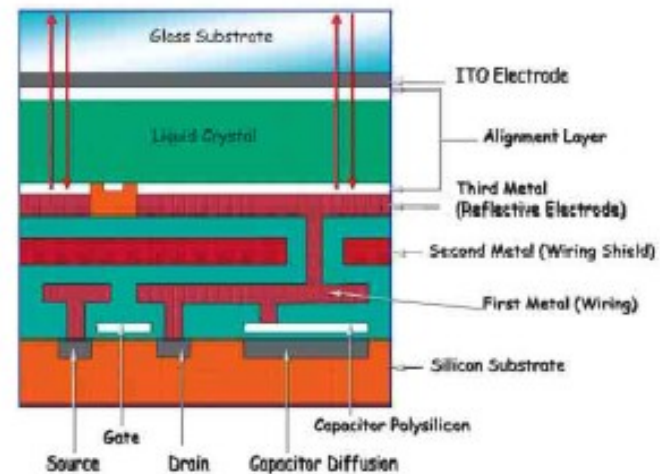
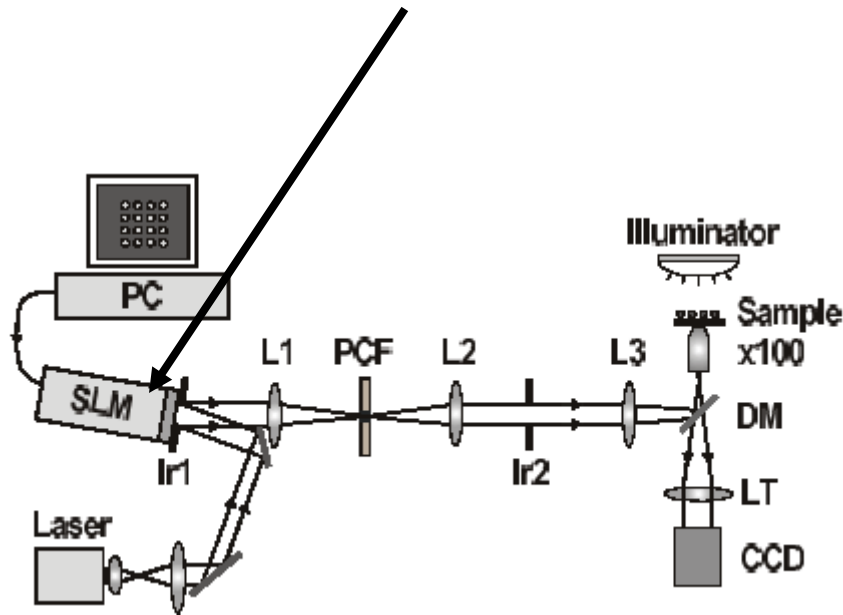


Temps d 'observation ~ 1 mn

Autre application des pinces optiques

Assemblage de microparticules

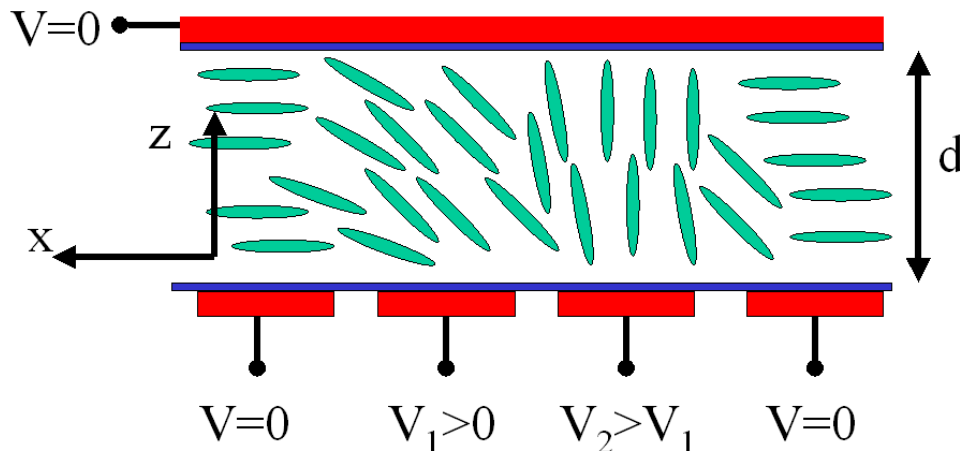
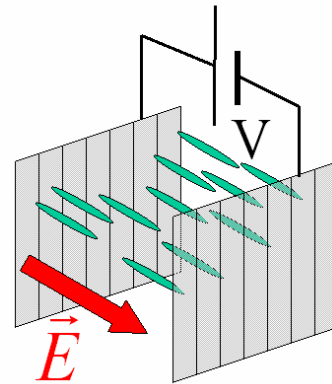
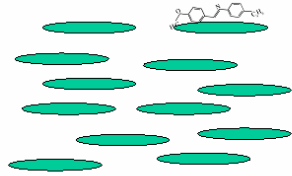
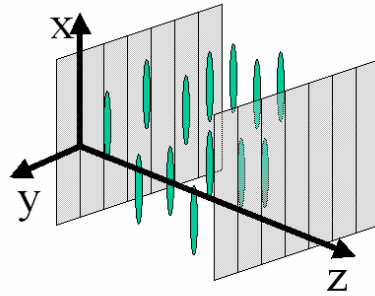
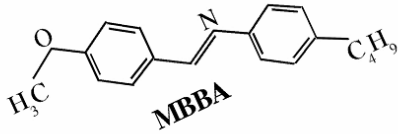
Modulateur spatial de lumière (« SLM »): hologramme digital par réflexion



Application d'un champ électrique:
Modulation locale de la couche de
cristal liquide traversée par la lumière

Permet de « sculpter » le front d'onde:
multiples points focaux, dans différents plans, de différentes formes

Modulateur spatial de lumière à cristal liquide



La lame de cristal liquide se comporte comme une lame biréfringente de déphasage ajustable par le V appliqué

Manipulation simultanée de 25 particules de silice (diamètre $1\mu\text{m}$) au moyen de pinces optiques



25 faisceaux laser
focalisés et déplacés
simultanément

Chapin et coll. 2006